ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЧ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БАШКОРТОСТАН
ЦЕНТР ВЫЯВЛЕНИЯ, ПОДДЕРЖКИ И РАЗВИТИЯ
СПОСОБНОСТЕЙ И ТАЛАНТОВ У ДЕТЕЙ И МОЛОДЁЖИ
РЕСПУБЛИКИ БАШКОРТОСТАН «АВРОРА»

«РАССМОТРЕНО»
На заседании экспертного совета
ГАОУ ДО ЦРТ «Аврора»
пр. № 3 от 5.08.20

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ГАОУ ДО ЦРТ «Аврора»
_____ А.М.Сайгафаров
приказ № 9 от 6.08.20

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

по предмету «Математика»
(онлайн видеокурсы)

возраст обучающихся 12 – 14 лет

Автор программы
Муртазина Р.Д. – к.ф.-м. наук,
доцент кафедры математики УГАТУ

Уфа – 2020 год

Оглавление

1. Пояснительная записка

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

Образовательная программа дополнительного образования по математике относится к программам социально-педагогической направленности. Она даёт возможность в пределах процесса обучения математике способствовать адаптации учащихся в современном обществе, расширению кругозора, пополнения знаний в сфере личных интересов. В связи с этим составление образовательной программы онлайн в ГАОУДО «Центр Развития Талантов «Аврора» по предмету «математика» является достаточно актуальным.

Онлайн видеокурс по предмету «математика» представляет собой серию видеоуроков длительностью 15-25 минут каждый. После каждого урока задается задача. Шестой урок включает в себя разбор заданий итогового теста. Всего на курсе 6 онлайн видеоуроков: 3 – по разделу «Делимость», 1 – по разделу «Деление с остатком», 1 – по разделу «Малая теорема Ферма», 1 – по разделу «Сравнение по модулю».

1.1. Цель программы:

Создание условий для профориентации и развития общего кругозора учащихся. Цели видеокурса по **математике** следующие:

- формирование систематизированных знаний;
- формирование умений и навыков в математике и ее основных методов.

Эти цели достигаются благодаря решению следующих **задач**:

- научить ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи;
- сформировать систему знаний и умений, необходимых при изучении смежных дисциплин, проведении научных исследований;
- научить доказательно рассуждать, выдвигать гипотезы и их обосновывать;
- понимание учащимися отличий научных данных от непроверенной информации;
- овладение учащимися умениями использовать дополнительные источники информации, в частности, всемирной сети Интернет.

1.2. Объём программы: 6 видеоурок

1.3. Планируемые результаты обучения:

В результате освоения программы слушатель осваивает подходы к решению олимпиадных математических задач по материалу 6-7 класса.

В результате освоения программы слушатель должен

ЗНАТЬ основные понятия и строгие доказательства фактов;
УМЕТЬ применять теоретические знания к решению задач;
ВЛАДЕТЬ:

- основными методами и приёмами анализа технического текста;
- навыками решения задач повышенного уровня сложности.

2. Учебный план видеокурса

№	Раздел модуля	Темы на уроке	оборудование
1	Делимость	Делимость суммы целых чисел	доска, маркер.
2	Делимость	Делимость суммы целых чисел	доска, маркер.
3	Сравнение по модулю	1. Сравнение по модулю. 2. Остаток при делении.	доска, маркер.
4	Деление с остатком	1. Сравнение по модулю. 2. Сравнение по модулю.	доска, маркер.
5	Малая теорема Ферма	1. Каноническое разложение числа. 2. Число делителей числа. 3. Остаток при делении.	доска, маркер.
6	Делимость	1. Делимость суммы целых чисел. 2. Остаток при делении.	доска, маркер.

Урок 1.

Тема: Делимость

Рассмотрены следующие утверждения:

1. Из любых пяти целых чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3;
2. Из любых двадцати пяти целых чисел можно выбрать девять чисел, сумма которых делится на 9;
3. Из любых девяти целых чисел можно выбрать четыре числа, сумма которых делится на 4;
4. Даны $b_1, b_2, \dots, b_n,\ 0 < b_i < p,\ 0 < n < p$, p - простое. Докажите, что можно составить по крайней мере $n + 1$ сумм, дающих различные остатки при делении на p;
5. Из любых девяти целых чисел можно выбрать пять чисел, сумма которых делится на 5.

Задача

Докажите, что из любых целых $2n - 1$ чисел можно выбрать n чисел, сумма которых делится на n (n - произвольное простое число).

Урок 2.

Тема: Делимость

Рассмотрены следующие утверждения:

1. Из любых целых $2n - 1$ чисел можно выбрать n чисел, сумма которых делится на n (n - произвольное простое число);
2. Из любых двухсот целых чисел можно выбрать сто чисел, сумма которых делится на 100.
3. Из любых целых $2ab - 1$ чисел можно выбрать ab чисел, сумма которых делится на ab.

Задача

Покажите, что утверждение «из любых a целых чисел можно выбрать b чисел, сумма которых делится на c» верно тогда и только тогда, когда b делится на c и $a \geq b + c - 1$ (a, b, c - натуральные числа).

Урок 3.

Тема: Сравнение по модулю

Рассмотрены следующие утверждения:

1. Утверждение «из любых a целых чисел можно выбрать b чисел, сумма которых делится на c» верно тогда и только тогда, когда b делится на c и $a \geq b + c - 1$ (a, b, c - натуральные числа);
2. Сравнение чисел по модулю;
3. Остаток при делении 35^{35} на 3;
4. Остаток при делении $\mathbf{7^{3435}}$ на 8;
5. Остаток при делении $\mathbf{30^{99} + 63^{9}}$ на 31.

Задача

Докажите, что $a^n + b^n$ делится на $a + b$ при нечетных n.

Урок 4.

Тема: Деление с остатком

Рассмотрены следующие утверждения:

1. Выражение $a^n + b^n$ делится на $a + b$ при нечетных n;
2. Выражение $a^n - b^n$ делится на $a - b$ без остатка, где -натуральное число;
3. Выражение $1^{17} + 2^{17} + \cdots + 16^{17}$ делится на 17;
4. Добавим число к выражению $\boldsymbol{(n^2 + 1)^{1000}(n^3 - 1)^{1001}}$ так, чтобы результат делился на $\boldsymbol{n}$;
5. Выражение $\mathbf{5^n + 1}$ не делится на $\mathbf{5^m - 1}$ ни при каких натуральных $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{m}$.

Задача

1. Найти число, которое делится на 2 и 9 и имеет 14 делителей.
2. Найти число, которое делится на 2 и 9 и имеет 15 делителей.
3. Найти число, которое делится на 2 и 9 и имеет 17 делителей.

Урок 5.

Тема: Малая теорема Ферма

Рассмотрены следующие утверждения:

1. Каноническое разложение числа и число его делителей
2. Найдем число, которое делится на **2** и **9** и имеет

1) 14 делителей;
2) 15 делителей;
3) 17 делителей;

3. Ни при каком целом $\boldsymbol{k}$ число $\boldsymbol{k^2+k+1}$ не делится на 5; на 11; на 17; на число вида $\boldsymbol{6m-1}$, $\boldsymbol{m}$-натуральное;
4. Ни при каком целом $\boldsymbol{k}$ число $\boldsymbol{k^2+k+1}$ не делится на $\mathbf{101}$;
5. Найдем остаток от деления $\mathbf{2^{100}}$ на $\mathbf{101}$

Урок 6.

Тема: Делимость

Рассмотрены следующие задачи:

1. Шесть почти честных пиратов закопали золотые монеты на необитаемом острове и пустились в бега. Через год первый пират вернулся на остров, разделил все монеты на шесть равных частей, одна монета оказалась лишней. Пират забрал себе одну из частей и лишнюю монету, а остальное закопал. То же самое сделали по очереди остальные пираты, причем никто из них не знал о действиях других. Через много лет ученый археолог наткнулся на закопанные монеты. Какое наименьшее количество монет мог найти археолог? Ответ: 15620.

2. Какой будет остаток при делении $3^{2020}+5^{2020}$ на 7? Ответ: 6.

3. Даны числа 1, 2, 3,…,1000. Найдите наибольшее число m, обладающее таким свойством: какие бы m из данных чисел не вычеркнуть, среди оставшихся $1000-m$ чисел найдутся два, из которых одно делится на другое. Ответ:499.

4. Для какого натурального числа a существует такое натуральное число b, что 2^b-1 делится на a? Ответ: нечетного.

5. Как много чисел может быть в последовательности натуральных чисел, обладающих следующим свойством: ни одно из этих чисел не делится на другое, но среди каждых трех чисел можно выбрать два, сумма которых делится на третье? Ответ: шесть.

6. Найдите наименьшее натуральное число n, для которого выполнено следующее условие: если число p – простое и n делится на $p-1$, то n делится на p. Ответ: 1806.

Использованная литература

1. Босс В. Интуиция и математика. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.

2. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. В 2-ч частях. – учебник» М.: МГУ, 2010.

3. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант». Математика. М.: МЦНМО, 1970-2010 гг.